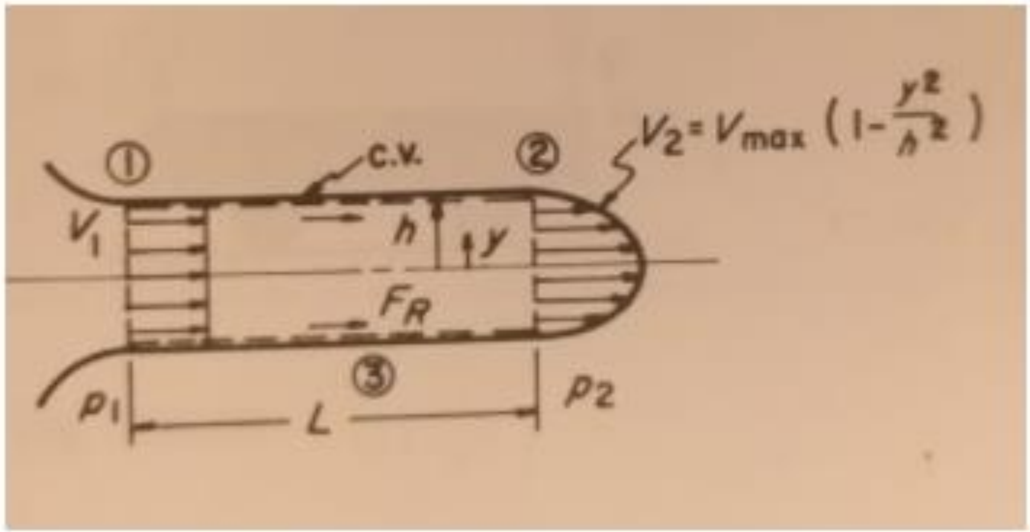
2ª Prova de Mecflu 1

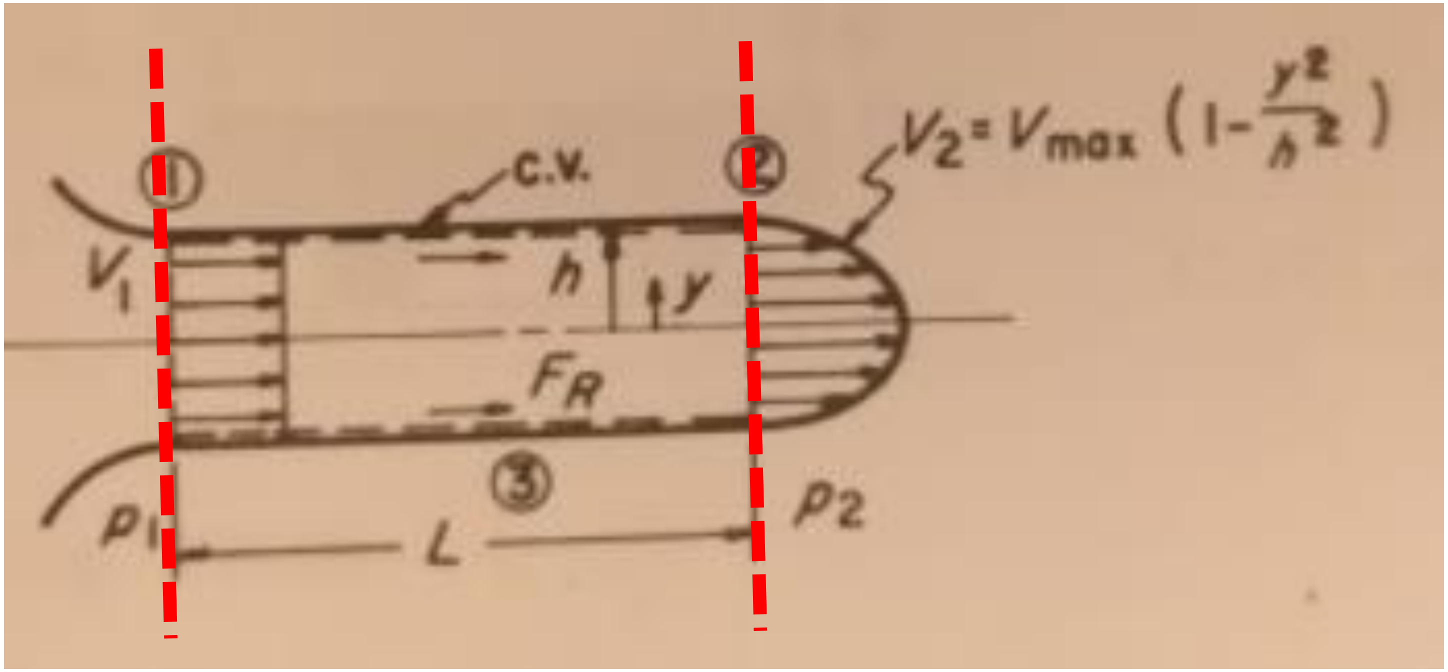
Gether Filipe Pita Drumond
Matricula - 2015207732

Um fluido incompressível de massa específica rho flui através de um canal infinitamente largo (W) com profundidade constante igual a 2h. Nesta seção de entrada do canal a velocidade é uniforme e vale V, enquanto o perfil é parabólico a jusante desta seção a uma distância igual a L. Se as pressões manométricas nas seções 1 e 2 forem p1 e p2, respectivamente, determine: (a) O valor de Vmax em função doa velocidade de entrada; (b) a força de atrito total do fluido sobre o canal em termos de p1, p2, h, W e V. *



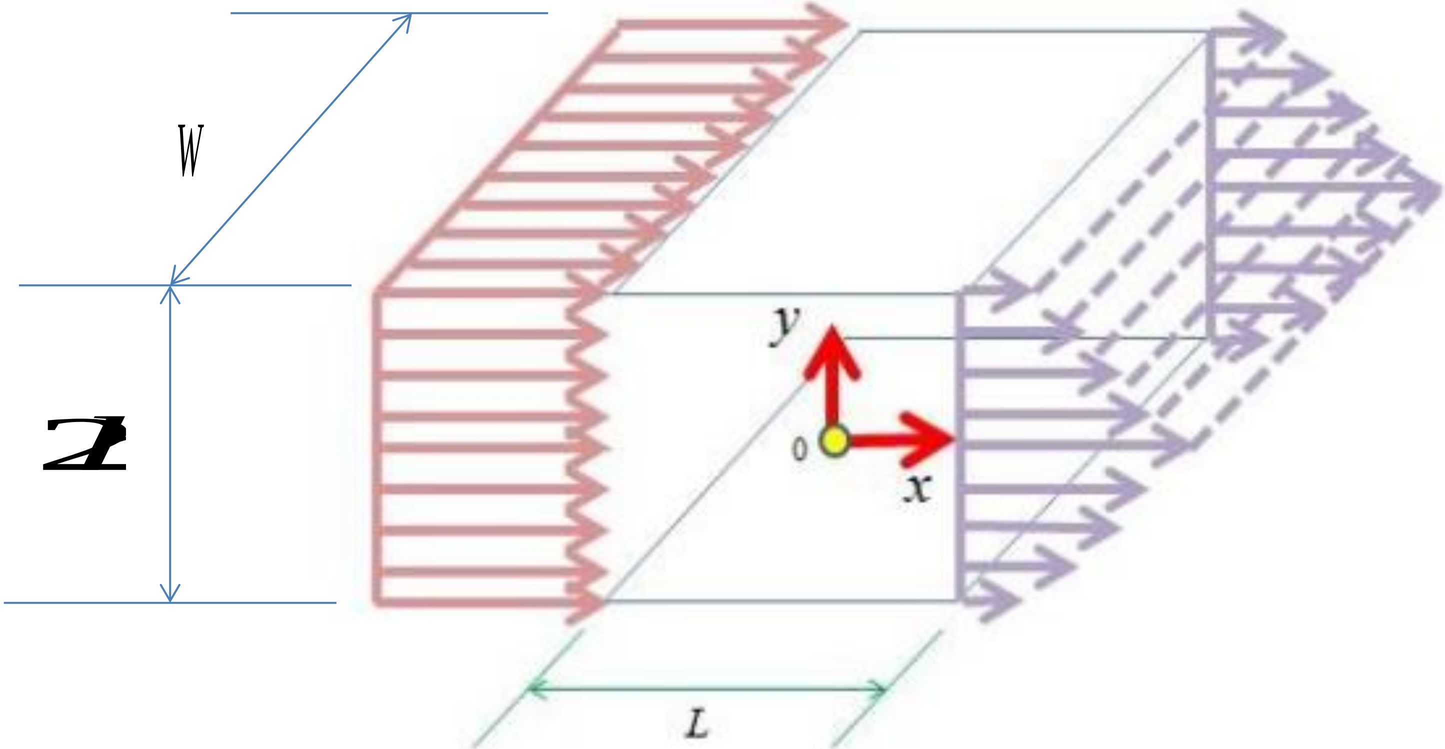
- ◯ Vmax = 1,5 V; Fr/W = 2h(1/5rho*v^2A - (p1-p2))
- ◯ Vmax = 2,0 V; Fr/W = 2h(1/5rho*v^2A - (p1-p2))
- ◯ Vmax = 0,5V; Fr/W = 2h(1/5rho*v^2A + (p1-p2))
- ◯ Vmax = 1,5V; Fr/W = 2h(1/5rho*v^2A + (p1-p2))
- ◯ Vmax = 2,0V; Fr/W = 2h(1/5rho*v^2A + (p1-p2))

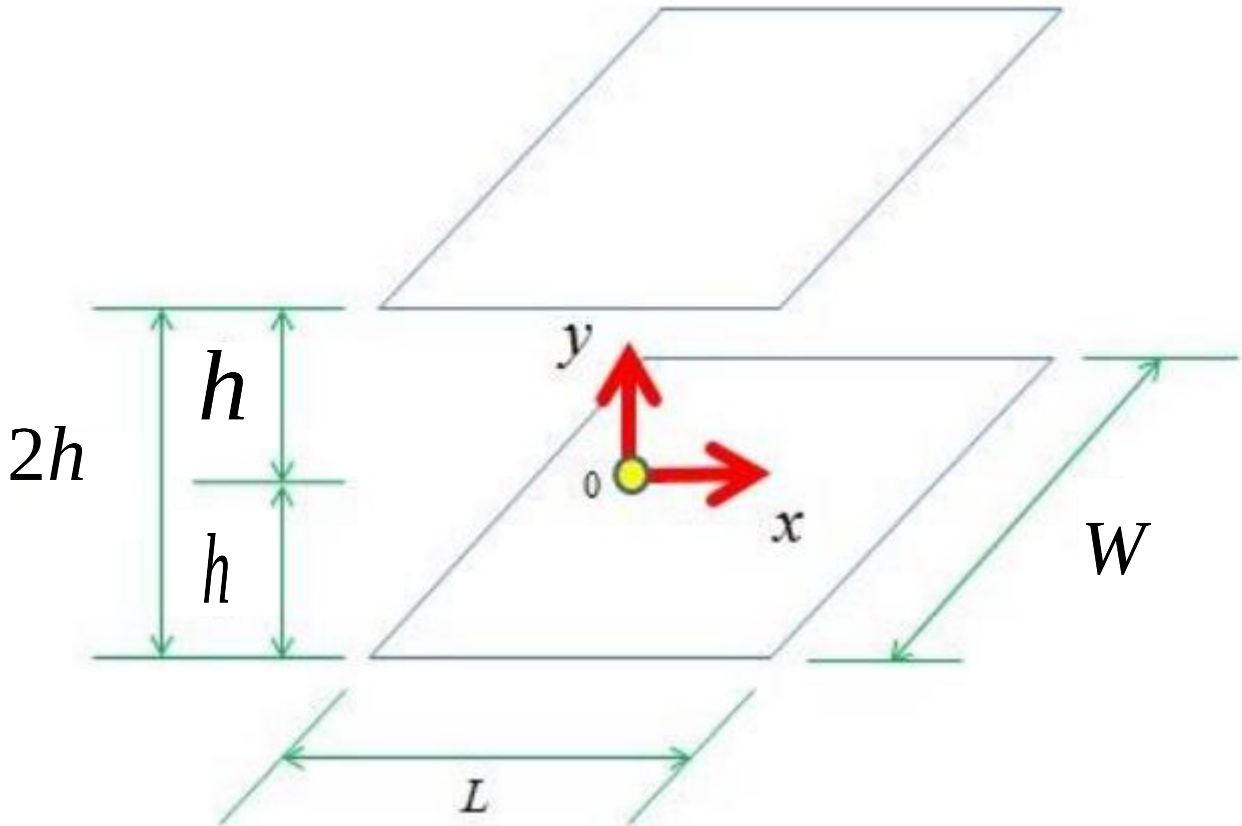
Letra A) O valor de Vmáx



I) hipóteses:

- Regime permanente;
- Fluído Incompreensível;
- Massa específica constante (cte).


W
y
0
x
L



2h
h
h
y
0
x
W
L

$$\overset{Eq.-1a}{\boxed{V_2 = V_{\max} * \left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right)}}$$

$$\overset{Conservação-da-massa}{\boxed{\overset{regime-permante=0}{\boxed{\frac{dM}{dt}}} = \overset{regime-permante=0}{\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{VC} \rho * d\cancel{V}\right)}} + \int_{SC} \rho * \vec{V} * \overrightarrow{dA}}} \rightarrow (0) = (0) + \int_{SC} \rho * \vec{V} * \overrightarrow{dA} \rightarrow$$

$$\rightarrow \int_{SC-1} \rho * \vec{V}_1 * \left(-\overrightarrow{dA_1}\right) + \int_{SC-2} \rho * \vec{V}_2 * \left(\overrightarrow{dA_2}\right) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\rho, V_1 = cte} \rightarrow -\rho * V_1 \int_{SC-1} dA_1 + \rho * \int_{SC-2} \left(V_{\max} * \left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right)\right) * \left(dA_2\right) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \cancel{\rho} * \int_{-y}^{y} \left(V_{\max} * \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right) \right) * \left(\overset{A_2}{W * dy} \right) = \cancel{\rho} * V_1 * \left(\overset{A_1}{2h * W} \right) \rightarrow \boxed{W = cte} \rightarrow$$

$$\rightarrow \cancel{W} * \int_{-y}^{y} \left(V_{\max} * \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right) \right) * dy = V_1 * 2h * \cancel{W} \rightarrow$$

$$\rightarrow \int_{-y}^{y} \left(V_{\max} * \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right) \right) * dy = V_1 * 2h \rightarrow \boxed{V_{\max} = cte} \rightarrow V_{\max} * \int_{-y}^{y} \left(1 - \frac{y^2}{h^2} \right) * dy = V_1 * 2h \rightarrow$$

$$\rightarrow V_{\max} * \left[y - \frac{y^3}{3h^2} \right]_{-y}^{y} = V_1 * 2h \rightarrow \rightarrow V_{\max} * \cancel{2} * \left[y - \frac{y^3}{3h^2} \right] = V_1 * \cancel{2} h \rightarrow \boxed{y = h} \rightarrow$$

$$\rightarrow V_{\max} * \left[h - \frac{\cancel{h}^3}{3\cancel{h}^2} \right] = V_1 * h \rightarrow V_{\max} * \cancel{h} * \left[1 - \frac{1}{3} \right] = V_1 * \cancel{h} \rightarrow \boxed{V_1 = \frac{2}{3} * V_{\max}} \therefore \overset{resultado-1a}{\boxed{V_{\max} = 1,5 * V_1}}$$

Letra B) A força de atrito

$$Fx = F_{S_x} + F_{B_x} = \overbrace{\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{VC} u * \rho * d\cancel{V}\right)}}^{regime-permanente=0} + \int_{SC} u * \rho * \vec{V} * \overrightarrow{dA} \rightarrow \boxed{F_{B_x} = 0} \rightarrow$$

$$\rightarrow Fx = F_{S_x} + (0) = (0) + \int_{SC} u * \rho * \vec{V} * \overrightarrow{dA} \rightarrow \boxed{F_{S_x} = (F_1 + F_{at} - F_2)} \rightarrow$$

$$\rightarrow Fx = (F_1 + F_{at} - F_2) + (0) = (0) + \left[\int_{SC-1} \overrightarrow{u_1} * \rho * \overrightarrow{V_1} * \left(-\overrightarrow{dA_1}\right) + \int_{SC-2} \overrightarrow{u_2} * \rho * \overrightarrow{V_2} * \left(\overrightarrow{dA_2}\right)\right] \rightarrow$$

$$\rightarrow (F_1 + F_{at} - F_2) = \left[-V_1^2 * \rho \int_{SC-1} dA_1 + \rho * \int_{SC-2} V_2^2 * dA_2\right] \rightarrow$$

$$\rightarrow (P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2) = \left[-V_1^2 * \rho \int_{SC-1} dA_1 + \rho * \int_{SC-2} \left(V_{\max} * \left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right)\right)^2 * dA_2\right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \left[-V_1^{\,2} * \rho * 2h * W + \rho * \int_{-y}^{y} \left(V_{\max} * \left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right)\right)^2 * \left(W \overset{A_2}{*} dy\right) \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A + F_{at} - P_2 * A\right) = \rho * \left[-V_1^{\,2} * 2h * W + \left(V_{\max}\right)^2 * W * \int_{-y}^{y} \left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right)^2 * dy \right] \rightarrow \boxed{V_{\max} = 1{,}5 * V_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \rho * W * \left[-V_1^{\,2} * 2h + \left(\frac{3 * V_1}{2}\right)^2 * \int_{-y}^{y} \left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right)^2 * dy \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \rho * V_1^{\,2} * W * \left[-2h + \frac{9}{4} * \int_{-y}^{y} \left(1 - \frac{y^2}{h^2}\right)^2 * dy \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \rho * V_1^{\,2} * W * \left[-2h + \frac{9}{4} * \int_{-y}^{y} \left(1^2 - 2 * 1 * \frac{y^2}{h^2} + \left(\frac{y^2}{h^2}\right)^2\right) * dy \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \rho * W * V_1^2 * \left[-2h + \frac{9}{4} * \int_{-y}^{y} \left(1^2 - 2*1*\frac{y^2}{h^2} + \left(\frac{y^2}{h^2}\right)^2 \right) * dy \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \rho * W * V_1^2 * \left[-2h + \frac{9}{4} * \left(y - \frac{2*y^3}{3*h^2} + \frac{y^5}{5*h^4} \right)_{-y}^{y} \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \rho * W * V_1^2 * \left[-2h + \frac{9}{\cancel{4}} * \left(\cancel{2} * y - \cancel{2} * \frac{2*y^3}{3*h^2} + \cancel{2} * \frac{y^5}{5*h^4} \right) \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \rho * W * V_1^2 * \left[-2h + \frac{9}{2} * \left(y - \frac{2*y^3}{3*h^2} + \frac{y^5}{5*h^4} \right) \right] \rightarrow \boxed{y = h} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \rho * W * V_1^2 * \left[-2h + \frac{9}{2} * \left(h - \frac{2*\cancel{h}^3}{3*\cancel{h}^2} + \frac{\cancel{h}^5}{5*\cancel{h}^4} \right) \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \rho * W * V_1^2 * \left[-2h + \frac{9}{2} * \left(h - \frac{2*h}{3} + \frac{h}{5} \right) \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \rho * W * V_1^2 * h * \left[-2 + \frac{9}{2} * \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(P_1 * A_1 + F_{at} - P_2 * A_2\right) = \rho * W * V_1^2 * h * \left[\frac{2}{5} \right] \rightarrow$$

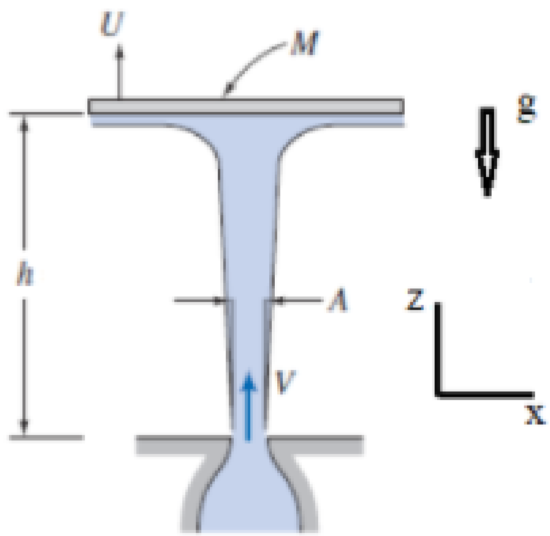
$$\rightarrow \left(P_1 * W * 2h + F_{at} - P_2 * W * 2h\right) = \rho * W * V_1^2 * h * \left[\frac{2}{5}\right] \rightarrow$$

$$\rightarrow F_{at} = \rho * W * V_1^2 * h * \left[\frac{2}{5}\right] - \left(P_1 * W * 2h - P_2 * W * 2h\right) \rightarrow$$

$$F_{at} = 2h * \left(\rho * W * V_1^2 * \left[\frac{1}{5}\right] - W * \left(P_1 - P_2\right)\right) \rightarrow$$

$$\therefore \overset{resultado-2a}{\boxed{\frac{F_{at}}{W} = 2h * \left(\rho * V_1^2 * \left[\frac{1}{5}\right] - \left(P_1 - P_2\right)\right)}}$$

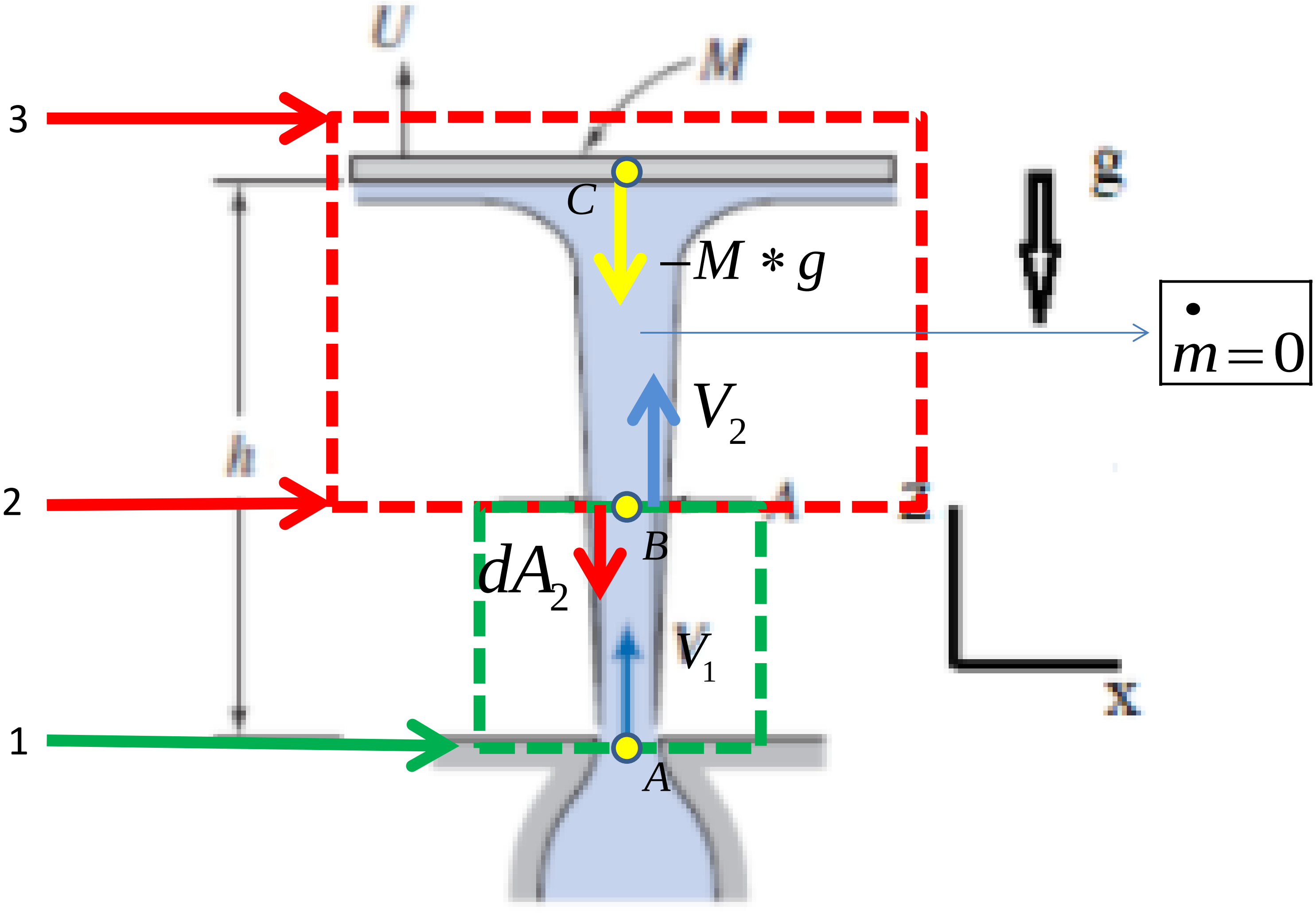
Um jato vertical de água (massa especifica 1000 kg/m3) atinge um disco horizontal conforme mostrado. A massa do disco é igual a M. No instante em que o disco encontra-se a h acima da saída do bocal, o seu movimento é para cima com velocidade U. Calcule a aceleração vertical do disco nesse instante. Considere: M = 10 kg; U = 4,5 m/s; V = 10 m/s; g = 9,78 m/s2; h = 1,0 m; e A = 50 cm2. Obs. *



- + 1,7 m/s2
- + 35 m/s2
- - 7,08 m/s2
- + 1,35 m/s2
- - 9,78 m/s2

I) hipóteses:

- Regime permanente;
- Fluído Incompreensível;
- Massa específica constante (cte) ;
- Fluído incompressível;
- A placa não move na horizontal, e só na vertical (eixo z) ;
- Considera-se a massa do fluído é zero $\boxed{\dot{m} = 0}$ dentro da segunda superfície
- de controle (SC-2) .



3
2
1
U
M
C
$-M*g$
g
$\dot{m}=0$
V_2
h
B
dA_2
V_1
A
z
x

$$\overset{Equação-de-Bernoulli}{\boxed{\frac{P_1}{\rho}+\frac{V_1^2}{2}+g*Z_1=\frac{P_2}{\rho}+\frac{V_2^2}{2}+g*Z_2}}\rightarrow\begin{cases}\boxed{Z_1=0[m]}\\\boxed{P_1=P_2}\end{cases}\rightarrow\frac{\cancel{P_1}}{\cancel{\rho}}+\frac{V_1^2}{2}+\cancel{g}*\cancel{Z_1}=\frac{\cancel{P_2}}{\cancel{\rho}}+\frac{V_2^2}{2}+g*Z_2\rightarrow$$

$$\rightarrow\cancel{2}*\left(\frac{V_1^2}{\cancel{2}}\right)=\cancel{2}*\left(\frac{V_2^2}{\cancel{2}}+g*Z_2\right)\rightarrow V_1^2=V_2^2+2*g*Z_B\rightarrow\left(V_1^2-2*g*Z_2\right)^{\frac{1}{2}}=\left(V_2^{\cancel{2}}\right)^{\frac{1}{\cancel{2}}}\rightarrow$$

$$\rightarrow\boxed{V_2=\sqrt{V_1^2-2*g*Z_C}}\rightarrow V_2=\sqrt{\left(10*\left[\frac{m}{s}\right]\right)^2-2*\left(9{,}81*\left[\frac{m}{s^2}\right]\right)*\left(1*[m]\right)}\rightarrow$$

$$\rightarrow V_2=\sqrt{(10)^2*\left[\frac{m^2}{s^2}\right]-2*(9{,}81)*(1)*\left[\frac{m^2}{s^2}\right]}\therefore\overset{resultado-1c}{\boxed{V_2\cong 8{,}97*\left[\frac{m}{s}\right]}}$$

$$Equação-de-Quantidade-de-Movimento\,(direção-Z)$$

$$\boxed{F_{S_z}+F_{B_z}-\int_{VC-2} a_{ref_Z} * \rho * d\cancel{V} = \overset{regime-permante=0}{\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{VC-1} w * \rho * d\cancel{V}\right)}} + \int_{SC} w * \rho * \vec{V} * \overrightarrow{dA}} \rightarrow \boxed{F_{S_z}=0} \rightarrow$$

$$\rightarrow (0)+(-M*g)-\int_{VC-2} a_{ref\ Z} * dM = (0)+\int_{SC} w * \rho * \vec{V} * \overrightarrow{dA} \rightarrow$$

$$\rightarrow -M*g-\int_{VC-2} a_{ref\ Z} * dM = \int_{SC} w * \rho * \vec{V} * \overrightarrow{dA} \rightarrow \boxed{a_{ref\ Z}=cte} \rightarrow$$

$$\rightarrow -M*g-a_{ref\ Z} * \int_{VC-2} dM = \int_{SC-2} w_2 * \rho * \vec{V_2} * \left(\overrightarrow{dA_2}\right) + \int_{SC-3} \rho * w_3 * \rho * \vec{V_3} * \left(\overrightarrow{dA_3}\right) \rightarrow \boxed{\rho = cte} \rightarrow$$

$$\rightarrow -M*g-a_{ref\ Z} * M = \rho * \int_{SC-2} w_2 * V_2 * \left(-dA_2\right) + (0) \rightarrow$$

$$\rightarrow -M * g - a_{ref\ z} * M = -\rho * w_2 * V_2 * A_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -M * g - a_{ref\ z} * M = -\rho * \left(V_2 - U\right) * \left(V_2 - U\right) * A_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(-1\right) * \left[-M * g - a_{ref\ z} * M\right] = \left(-1\right) * \left[-\rho * \left(V_2 - U\right)^2 * A_2\right] \rightarrow$$

$$\rightarrow M * g + a_{ref\ z} * M = \rho * \left(V_2 - U\right)^2 * A_2 \rightarrow \overbrace{\boxed{a_{ref\ z} = \frac{\rho * \left(V_2 - U\right)^2 * A_2}{M} - g}}^{Equação-1c}$$

$$\overbrace{\boxed{V_1 * A_1 = V_2 * A_2}}^{Conservação-da-massa(Incompressível)} \rightarrow \overbrace{\boxed{A_2 = \frac{V_1 * A_1}{V_2}}}^{Equação-2c}$$

$$\left.\begin{array}{l} \overbrace{\boxed{a_{ref\ z} = \frac{\rho * \left(V_2 - U\right)^2 * A_2}{M} - g}}^{Equação-1c} \\ \overbrace{\boxed{A_2 = \frac{V_1 * A_1}{V_2}}}^{Equação-2c} \end{array}\right\} \rightarrow a_{ref\ z} = \frac{\rho * \left(V_2 - U\right)^2 * A_2}{M} - g \xrightarrow{Eq.2c \rightarrow Eq.1} a_{ref\ z} = \frac{\rho * \left(V_2 - U\right)^2 * \left(\frac{V_1 * A_1}{V_2}\right)}{M} - g \rightarrow$$

$$\rightarrow a_{ref\ z} = \frac{\left(1000 * \left[\frac{kg}{m^3}\right]\right) * \left(8,97 * \left[\frac{m}{s}\right] - 4,5 * \left[\frac{m}{s}\right]\right)^2 * \left(\frac{10 * \left[\frac{\cancel{m}}{\cancel{s}}\right] * 0,005 * \left[m^2\right]}{8,97 * \left[\frac{\cancel{m}}{\cancel{s}}\right]} * \frac{\left[\frac{\cancel{s}}{\cancel{m}}\right]}{\left[\frac{\cancel{s}}{\cancel{m}}\right]}\right)}{10 * [kg]} * \frac{\left[\frac{1}{kg}\right]}{\left[\frac{1}{kg}\right]} - 9,81 * \left[\frac{m}{s^2}\right] \rightarrow$$

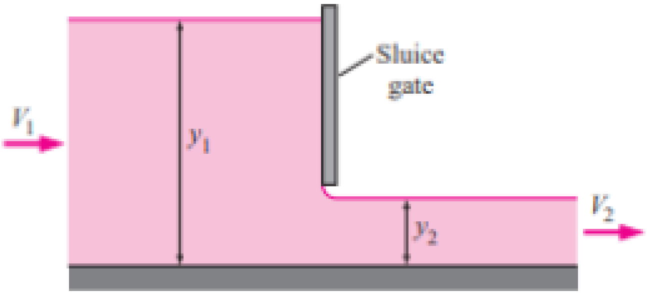
$$\rightarrow a_{ref\ z} = \frac{\left(1000 * \left[\frac{1}{\cancel{m}^3}\right]\right) * (8,97 - 4,5)^2 * \left[\frac{\cancel{m}^2}{s^2}\right] * \left(\frac{10 * 0,005 * \left[m^2\right]}{8,97}\right)}{10} - 9,81 * \left[\frac{m}{s^2}\right] \rightarrow$$

$$\rightarrow a_{ref\ z} = \frac{\left(1000 \left[\frac{1}{\cancel{m}}\right]\right) * (8,97 - 4,5)^2 * \left[\frac{1}{s^2}\right] * \left(\frac{10 * 0,005 * \left[\cancel{m}^2\right]}{8,97}\right)}{10} - 9,81 * \left[\frac{m}{s^2}\right] \rightarrow$$

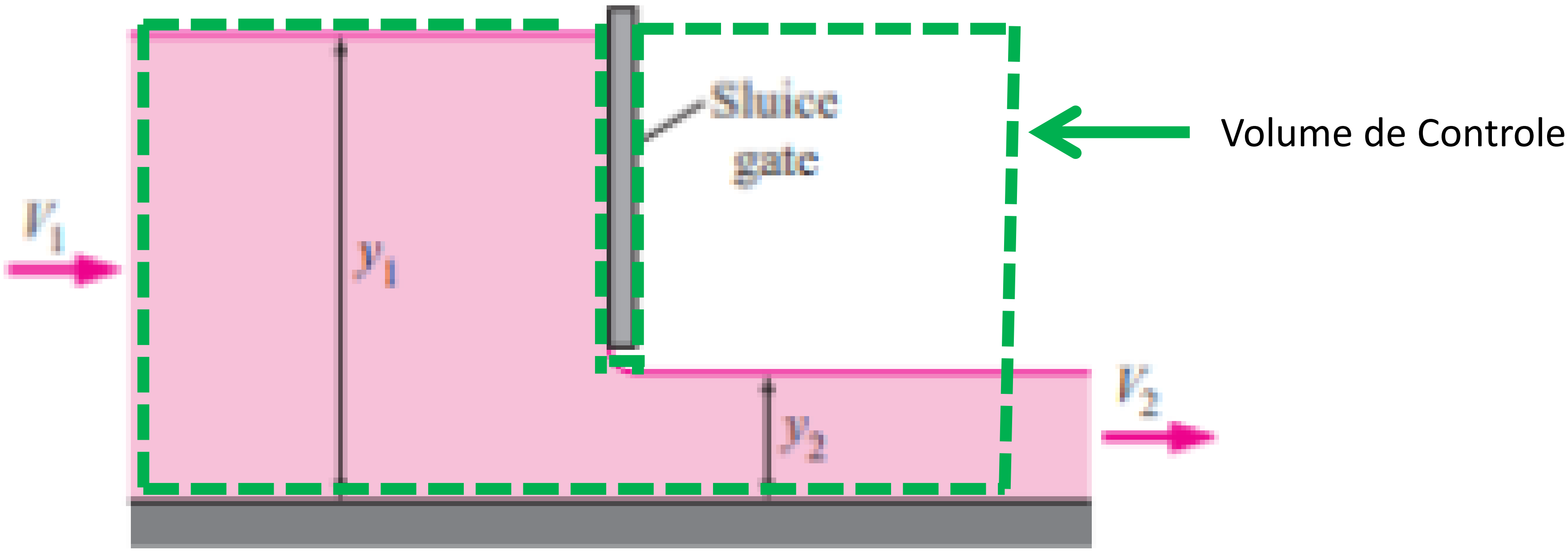
$$\rightarrow a_{ref\ z} = \frac{(1000) * (8,97 - 4,5)^2 \left(\frac{10 * 0,005}{8,97}\right)}{10} * \left[\frac{m}{s^2}\right] - 9,81 * \left[\frac{m}{s^2}\right] \therefore$$

$$\therefore \overset{resultado-2c}{\boxed{a_{ref\ z} \cong 1,33 * \left[\frac{m}{s^2}\right]}}$$

Uma comporta, que controla a vazão de um canal simplesmente levantando ou abaixando uma placa vertical, é comum em sistemas de irrigação. Uma força é exercida no portão devido à diferença entre as alturas da água y1 e y2 e pelas velocidades V1 e V2 a montante e a jusante da comporta, respectivamente. Desconsiderando as forças de cisalhamento na parede do canal, desenvolva uma relação para a força atuando em uma comporta de largura w durante regime permanente e escoamento uniforme. Obs.: Considere os eixos coordenados x e y para direita e para cima, respectivamente. *



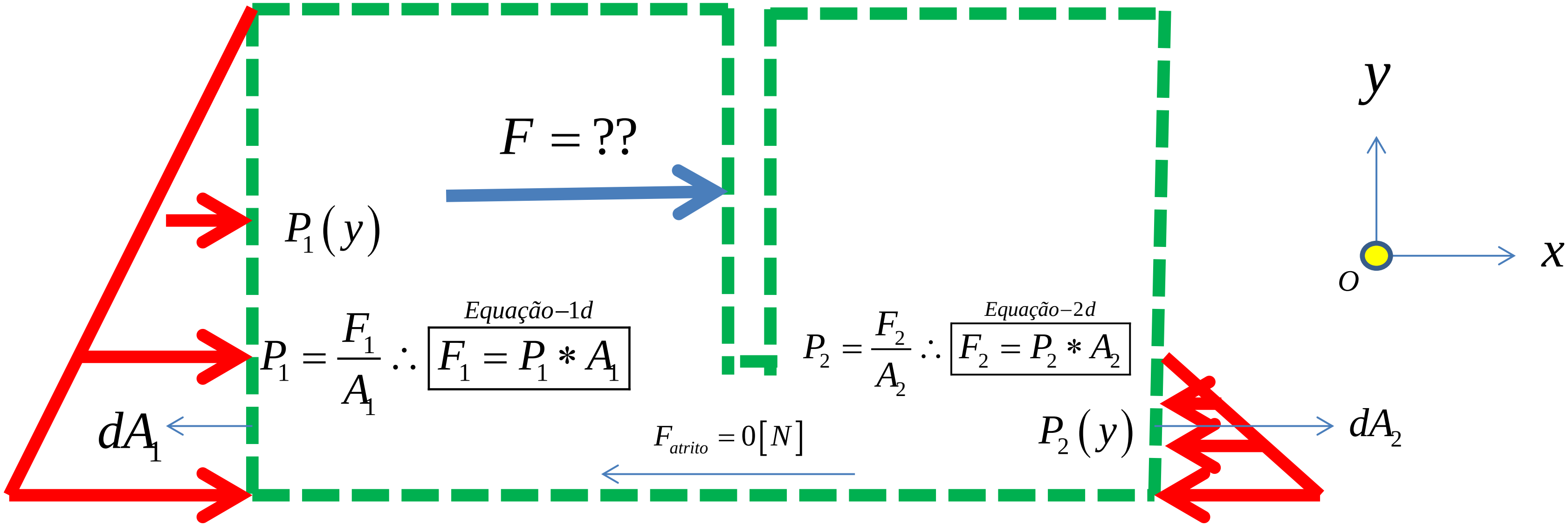
- ( ) (W/2)*rho*g*(y1^2-y2^2) + m_ponto*(V2-V1)
- ( ) m_ponto*(V2-V1)
- ( ) (W/2)*rho*g*(y1^2-y2^2)
- ( ) (W/2)*rho*g*(y1^2-y2^2) - m_ponto*(V2-V1)
- ( ) - (W/2)*rho*g*(y1^2-y2^2) + m_ponto*(V2-V1)



I) hipóteses:

- Regime permanente;
- Fluído Incompreensível;
- Massa específica constante (cte) ;
- Fluído incompressível;
- Escoamento uniforme ;
- Força de Atrito no fundo do canal desprezível.

Volume de Controle



$$Equação-de-Quantidade-de-Movimento(direção-X)$$

$$\boxed{F_{Sx}+F_{Bx}=\underbrace{\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{VC}u*\rho*d\cancel{V}\right)}}_{}^{regime-permante=0}+\int_{SC}u*\rho*\vec{V}*\overrightarrow{dA}}\rightarrow$$

$$\rightarrow\boxed{F_{B_x}=0}\rightarrow$$

$$\rightarrow F_{Sx}+(0)=(0)+\int_{SC}u*\rho*\vec{V}*\overrightarrow{dA}\rightarrow$$

$$\rightarrow F_{Sx}=\int_{SC-1}u_1*\rho*\overrightarrow{V_1}*\overrightarrow{dA_1}+\int_{SC-2}u_2*\rho*\overrightarrow{V_2}*\overrightarrow{dA_2}\rightarrow$$

$$\rightarrow F_{Sx}=\int_{SC-1}u_1*\rho*V_1*(-dA_1)+\int_{SC-2}u_2*\rho*V_2*(dA_2)\rightarrow$$

$$\rightarrow F_{S\,x} = \int_{SC-1} V_1 * \rho * V_1 * \left(-dA_1\right) + \int_{SC-2} V_2 * \rho * V_2 * \left(dA_2\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow F_{S\,x} = -V_1^{\,2} * \rho * \int_{SC-1} dA_1 + V_2^2 * \rho * \int_{SC-2} dA_2 \rightarrow F_{S\,x} = -V_1^{\,2} * \rho * A_1 + V_2^2 * \rho * A_2 \rightarrow$$

$$\overset{Equação-1e}{\boxed{F_{S\,x} = V_2^2 * \rho * A_2 - V_1^{\,2} * \rho * A_1}}$$

II) Desenvolvendo-se a equação- 1d, tem-se:

$$\overbrace{\boxed{F_1=\int_0^{h_1}\rho*g*(h_1-y)*(\overbrace{w*dy}^{dA})}}^{Equação-1d}\rightarrow\boxed{w,\rho,g=cte}\rightarrow F_1=w*\rho*g*\int_0^{h_1}(h_1-y)*dy\rightarrow F_1=w*\rho*g*\left(h_1*y-\frac{y^2}{2}\right)_0^{h_1}\rightarrow$$

$$\rightarrow F_1=w*\rho*g*\left(h_1^2-\frac{h_1^2}{2}\right)\therefore\overbrace{\boxed{F_1=w*\rho*g*\frac{h_1^2}{2}}}^{Equação-3d}$$

III) Desenvolvendo-se a equação-2d, tem-se:

$$\overbrace{\boxed{F_2=\int_0^{h_2}\rho*g*(h_2-y)*(\overbrace{w*dy}^{dA})}}^{Equação-2d}\rightarrow\boxed{w,\rho,g=cte}\rightarrow F_2=w*\rho*g*\int_0^{h_2}(h_2-y)*dy\rightarrow F_2=w*\rho*g*\left(h_2*y-\frac{y^2}{2}\right)_0^{h_2}\rightarrow$$

$$\rightarrow F_2=w*\rho*g*\left(h_2^2-\frac{h_2^2}{2}\right)\therefore\overbrace{\boxed{F_2=w*\rho*g*\frac{h_2^2}{2}}}^{Equação-5d}$$

$$\left.\begin{array}{l} \overset{Equação-1e}{\boxed{F_{Sx} = V_2^2 * \rho * A_2 - V_1^2 * \rho * A_1}} \\ \overset{Equação-2e}{\boxed{F_{Sx} = F_1 - F_2 + F}} \\ \overset{Equação-3d}{\boxed{F_1 = w * \rho * g * \frac{h_1^2}{2}}} \\ \overset{Equação-5d}{\boxed{F_2 = w * \rho * g * \frac{h_2^2}{2}}} \end{array}\right\} \xrightarrow{Eq.-1e = Eq.-2e} \boxed{F_{Sx} = F_{Sx}} \rightarrow V_2^2 * \rho * A_2 - V_1^2 * \rho * A_1 = F_1 - F_2 + F \xrightarrow[Eq.-5d]{Eq.-3d}$$

$$\xrightarrow[Eq.-5d]{Eq.-3d} V_2^2 * \rho * A_2 - V_1^2 * \rho * A_1 = w * \rho * g * \frac{y_1^2}{2} - w * \rho * g * \frac{y_2^2}{2} + F \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(V_2^2 * A_2 - V_1^2 * A_1\right) * \rho = \frac{w}{2} * \rho * g * \left(y_1^2 - y_2^2\right) + F \rightarrow$$

$$\rightarrow F = \left(V_2^2 * A_2 - V_1^2 * A_1\right) * \rho - \frac{w}{2} * \rho * g * \left(y_1^2 - y_2^2\right) \therefore$$

$$\therefore \overset{Equação-3e}{\boxed{F = \frac{w}{2} * \rho * g * \left(y_1^2 - y_2^2\right) - \rho * \left(V_2^2 * A_2 - V_1^2 * A_1\right)}}$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{m}_1 &= \rho * V_1 * A_1 \\ \\ \dot{m}_2 &= \rho * V_2 * A_2\end{aligned}\right\} \rightarrow \overset{Vazão-mássica}{\boxed{\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}}}$$

IV) Desenvolvendo-se a equação-3e com vazão mássica, tem-se:

$$\overset{Equação-3e}{\boxed{F = -\frac{w}{2} * \rho * g * \left(y_1^2 - y_2^2\right) + \rho * \left(V_2^2 * A_2 - V_1^2 * A_1\right)}} \rightarrow$$

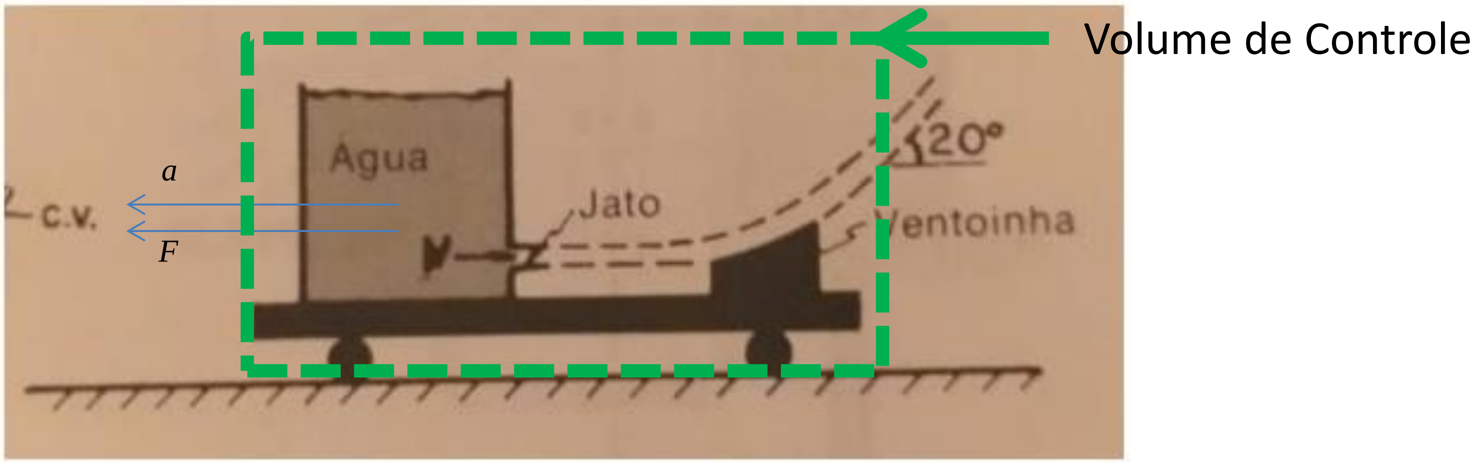
$$\rightarrow F = -\frac{w}{2} * \rho * g * \left(y_1^2 - y_2^2\right) + \left(V_2 * \rho * V_2 * A_2 - V_1 * \rho * V_1 * A_1\right) \rightarrow \overset{Vazão-mássica}{\boxed{\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}}} \rightarrow$$

$$\rightarrow F = -\frac{w}{2} * \rho * g * \left(y_1^2 - y_2^2\right) + \left(V_2 * \dot{m}_2 - V_1 * \dot{m}_1\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow F = -\frac{w}{2} * \rho * g * \left(y_1^2 - y_2^2\right) + \left(V_2 * \dot{m} - V_1 * \dot{m}\right) \therefore$$

$$\therefore \overset{resultado-1d}{\boxed{F = -\frac{w}{2} * \rho * g * \left(y_1^2 - y_2^2\right) + \dot{m} * \left(V_2 - V_1\right)}}$$

Água sai de um grande tanque através de um bocal de diâmetro d a uma velocidade V em relação ao carro a qual está ligado. O jato atinge uma ventoinha, que muda a direção do escoamento de um ângulo teta, enquanto a velocidade do jato e a área da seção reta permanecem inalteradas. (a) Supondo escoamento permanente, determine a força exercida sobre o carro, desprezando a aceleração. (b) Se o sistema carro-tanque possui massa igual a M, determine o aumento da velocidade durante um período de tempo DT. O atrito de rolamento pode ser desprezado. *



- F = rho*V^2*A*cos(teta); dU/dt = - rho*V^2*cos(teta)*A/(M-rho*V*A*t)
- F = rho*V^2*A; dU/dt = - rho*V^2*cos(teta)*A/(M-rho*V*A*t)
- F = rho*V^2*A*cos(teta); dU/dt = - rho*V^2*cos(teta)*A/(M+rho*V*A*t)
- F = 0; dU/dt = - rho*V^2*cos(teta)*A/(M-rho*V*A*t)
- F = V^2cos(teta); dU/dt = - V^2*cos(teta)*A/(M-rho*V*A*t)

Letra A) A força (F=?) exercida pelo carrinho

$$F_{Sx} + F_{Bx} - \int_{VC} a_{ref_x} * dM = \overset{regime-permante=0}{\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{VC} u * \rho * d\cancel{V}\right)}} + \int_{SC} u * \rho * \vec{V} * \overrightarrow{dA} \rightarrow \boxed{F_{S_z} = 0} \rightarrow$$

$$\rightarrow F + (0) - \int_{VC} a_{ref_x} * dM = \int_{SC} (V * \cos\theta) * \rho * V * (dA) \rightarrow \boxed{a_{ref_Z}, \rho, V = cte} \rightarrow$$

$$\rightarrow F - a_{ref_X} * \int_{VC} dM = \rho * V^2 * \cos\theta * \int_{SC} dA \rightarrow$$

$$\rightarrow F - a_{ref_X} * M = \rho * V^2 * \cos\theta * A \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{F = \rho * V^2 * \cos\theta * A + a_{ref_X} * M} \rightarrow \boxed{a_{ref_X} = 0} \therefore \overset{resultado-1e}{\boxed{F = \rho * V^2 * \cos\theta * A}}$$

Letra B)

O aumento de velocidade $\left(\dfrac{du}{dt} = ?? \right)$

$$\overbrace{\boxed{F_{Sx} + F_{Bx} - \int_{VC} a_{ref_x} * dM = \overbrace{\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_{VC} u * \rho * d\cancel{V}\right)}}^{regime-permante=0} + \int_{SC} u * \rho * \vec{V} * \vec{dA}}}^{Equação-de-quantidade-de-movimento-com-2^a Lei-de-Newton} \rightarrow \boxed{F_{B_x} = 0} \rightarrow$$

$$\rightarrow \overbrace{\boxed{F_{Sx} - a * M = V^2 \rho A \cos\theta}}^{Eq-1b}$$

$$\boxed{\dot{M} * a * t = \frac{kg}{\cancel{s}} * \frac{m}{s^2} * \cancel{s} = [N]}$$

$$\overbrace{\boxed{\dot{M} = \frac{m}{t}}}^{vazão-mássica} \rightarrow \overbrace{\boxed{F_{Sx} = m * a}}^{2^a Lei-de-Newton} * \left(\frac{t}{t}\right) \rightarrow F_{Sx} = \frac{m}{t} * a * t \rightarrow \overbrace{\boxed{F_{Sx} = \dot{M} * a * t}}^{Eq-2b} \xrightarrow{Eq.2b \rightarrow Eq.-1b}$$

$$\xrightarrow{Eq.2b \rightarrow Eq.-1b} \left(\dot{M} * a * t\right) - a * M = V^2 \rho A \cos\theta \rightarrow \overbrace{\boxed{\dot{M} = \rho * V * A}}^{vazão-mássica} \rightarrow (\rho * V * A) * a * t - a * M = V^2 \rho A \cos\theta \rightarrow$$

$$\rightarrow a * [\rho V A t - M] = V^2 \rho A \cos\theta \rightarrow \boxed{a = \frac{du}{dt}} \rightarrow \frac{du}{dt} = \frac{V^2 \rho A \cos\theta}{[\rho V A t - M]} * \frac{(-1)}{(-1)} \therefore \overbrace{\boxed{\frac{du}{dt} = \frac{-V^2 \rho A \cos\theta}{[M - \rho V A t]}}}^{resultado-1b}$$